

ПРОЦЕССЫ ТЕПЛО- И МАССООБМЕНА В АППАРАТАХ ПРОСТЫХ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ФОРМ

НАТАРЕЕВ С.В., СОЗИНОВ В.П., доктора техн. наук, НАТАРЕЕВ А.С., асп., ИВАНОВ В.Е., студ.

Предложено обобщенное математическое описание процессов тепло- и массообмена в дисперсных системах газ – твердое тело, жидкость – твердое тело, на основе которого разработаны математические модели вышеуказанных процессов в аппаратах простых геометрических форм.

Ключевые слова: тепло- и массообмен, математическая модель, адсорбер, уравнение теплового баланса.

HEAT-AND-MASS TRANSFER PROCESSES IN SIMPLE GEOMETRIC SHAPE APPARATUS

S.V. NATAREEV, Ph.D., V.P. SOZINOV, Ph.D., A.S. NATAREEV, postgraduate, V.E. IVANOV, student

The work represents the generalized mathematical description of heat-and-mass transfer processes in gas – solid body, liquid – solid body dispersions. Using this description, the authors have developed mathematical models of the processes mentioned above in simple geometric shape apparatus.

Key words: heat-and-mass transfer, mathematical model, adsorber, heat-balance equation.

Процессы тепло- и массообмена, протекающие в дисперсных системах газ-твердое тело, жидкость-твердое тело, составляют важнейший класс основных процессов химической технологии. К этим процессам относятся сушка, адсорбция, растворение, экстрагирование и др. Многообразие химических процессов между сплошной и дисперсной фазами обуславливает разнообразие конструкций аппаратов, в которых осуществляются эти процессы. Наибольшее распространение среди аппаратов химической технологии получили аппараты простых геометрических форм, например, в виде цилиндра или конуса. Такие аппараты, как правило, несложны при эксплуатации и просты в изготовлении. В аппаратах осуществляют непрерывные или периодические процессы. В аппаратах непрерывного действия взаимное направление движения фаз может быть прямоточным, противоточным или смешанного вида. Структура слоя дисперсной фазы может быть плотной или разреженной. Очевидно, что все вышеперечисленные случаи являются частными и целесообразно сформулировать некоторое обобщенное описание, позволяющее в обозримой форме проанализировать ситуацию, определить основные нерешенные проблемы и унифицировать существующие методы расчета процессов и аппаратов химической технологии.

Придерживаясь общности рассуждений и выводов, ограничимся рассмотрением двухмерных квазигомогенных потоков сплошной и дисперсной фаз. Считаем, что в аппарате имеет место противоточное движение фаз. Направление координатной оси Ox совпадает с направлением движения сплошной фазы. Дисперсная фаза состоит из однородных частиц правильной геометрической формы. Полагаем, что порозность движущегося слоя (ε), теплоемкости (c , \bar{c}), плотности (ρ , $\bar{\rho}$) сплошной и дисперсной фаз являются функциями внутренней координаты слоя, а коэффициенты диффузионного перемешивания сплошной (D_x , D_r) и дисперсной (\bar{D}_x , \bar{D}_r) фаз в продольном и радиальном направлениях имеют численно разные значения, но постоянны по всему объему слоя.

Обобщенное математическое описание нестационарных режимов тепло- и массообменных процес-

сов в аппарате простой геометрической формы может быть представлено следующей системой уравнений:

- уравнения теплового баланса для сплошной и дисперсной фаз:

$$\frac{\partial(\varepsilon c \rho t)}{\partial \tau} + v \Omega \frac{\partial(\varepsilon c \rho t)}{\partial x} - J_w - D_x \frac{\partial^2(\varepsilon c \rho t)}{\partial x^2} - D_r \left[\frac{\partial^2(\varepsilon c \rho t)}{\partial R^2} + \frac{1}{R} \frac{\partial(\varepsilon c \rho t)}{\partial R} \right] = 0; \quad (1)$$

$$\frac{\partial[(1-\varepsilon)\bar{c}\bar{\rho}\bar{t}_{cp}]}{\partial \tau} + w \Omega \frac{\partial[(1-\varepsilon)\bar{c}\bar{\rho}\bar{t}_{cp}]}{\partial x} - J_v - \bar{D}_x \frac{\partial^2[(1-\varepsilon)\bar{c}\bar{\rho}\bar{t}_{cp}]}{\partial x^2} - \bar{D}_r \left[\frac{\partial^2[(1-\varepsilon)\bar{c}\bar{\rho}\bar{t}_{cp}]}{\partial R^2} + \frac{1}{R} \frac{\partial[(1-\varepsilon)\bar{c}\bar{\rho}\bar{t}_{cp}]}{\partial R} \right] = 0, \quad (2)$$

- уравнения материального баланса для сплошной и дисперсной фаз:

$$\frac{\partial(\varepsilon C)}{\partial \tau} + v \Omega \frac{\partial(\varepsilon C)}{\partial x} - I_w - D_x \frac{\partial^2(\varepsilon C)}{\partial x^2} - D_r \left[\frac{\partial^2(\varepsilon C)}{\partial R^2} + \frac{1}{R} \frac{\partial(\varepsilon C)}{\partial R} \right] = 0; \quad (3)$$

$$\frac{\partial[(1-\varepsilon)\bar{C}_{cp}]}{\partial \tau} + w \Omega \frac{\partial[(1-\varepsilon)\bar{C}_{cp}]}{\partial x} - I_v - \bar{D}_x \frac{\partial^2[(1-\varepsilon)\bar{C}_{cp}]}{\partial x^2} - \bar{D}_r \left[\frac{\partial^2[(1-\varepsilon)\bar{C}_{cp}]}{\partial R^2} + \frac{1}{R} \frac{\partial[(1-\varepsilon)\bar{C}_{cp}]}{\partial R} \right] = 0; \quad (4)$$

- уравнения, характеризующие источник (сток) теплоты, для сплошной и дисперсной фаз запишем в общем виде:

$$J_w = \varphi(t, C, c, \lambda, \rho, \mu, \alpha, L_1, L_2, \dots); \quad (5)$$

$$J_v = \bar{\varphi}(\bar{t}, \bar{C}, \bar{c}, \bar{\lambda}, \bar{\rho}, \bar{\mu}, \bar{\alpha}, \bar{L}_1, \bar{L}_2, \dots); \quad (6)$$

- уравнения, характеризующие источник (сток) вещества, для сплошной и дисперсной фаз запишем в общем виде:

$$I_w = \psi(C, D, t, K, L_1, L_2, \dots); \quad (7)$$

$$I_w = \bar{\psi}(\bar{C}, \bar{D}, \bar{t}, \bar{K}, \bar{L}_1, \bar{L}_2, \dots); \quad (8)$$

- уравнение изотермы:

$$\bar{C} = f(C), \quad (9)$$

где C и \bar{C} – концентрация вещества для сплошной и дисперсной фаз соответственно; c и \bar{c} – теплоемкость сплошной и дисперсной фаз; D и \bar{D} – коэффициент диффузии для сплошной и дисперсной фаз; D_x и \bar{D}_x – коэффициент продольного перемешивания для сплошной и дисперсной фаз соответственно; D_r и \bar{D}_r – коэффициент радиального перемешивания для сплошной и дисперсной фаз соответственно; I_v и I_w – мощность источника (стока) вещества для сплошной и дисперсной фаз соответственно; J_v и J_w – мощность источника (стока) теплоты для сплошной и дисперсной фаз соответственно; K и \bar{K} – константа скорости химической реакции для сплошной и дисперсной фаз соответственно; L_1 и L_2 – геометрические параметры; R – радиальная координата аппарата; t и \bar{t} – температура сплошной и дисперсной фаз; v и w – скорость потока сплошной фазы на входе в слой зернистого материала и дисперсной фазы на выходе из слоя соответственно; x – текущая координата по высоте слоя; α – коэффициент теплоотдачи; λ и $\bar{\lambda}$ – коэффициент теплопроводности сплошной и дисперсной фаз; μ – динамический коэффициент вязкости сплошной фазы; ρ и $\bar{\rho}$ – плотность сплошной и дисперсной фаз; Ω – коэффициент формы аппарата; τ – время; индекс «ср» – средний.

Система уравнений (1)–(9) должна быть дополнена начальными и граничными условиями.

Используя ряд физически обоснованных допущений, упростим систему уравнений (1)–(9) применительно к конкретным аппаратам простых геометрических форм.

Частный случай 1. Адсорбер периодического действия колонного типа цилиндрической формы. Коэффициент $\Omega = 1$.

Полагаем, что скорость движения твердой фазы равна нулю. При расчете массовых потоков пренебрегаем переносом вещества под действием градиента температур вследствие незначительных тепловых эффектов процесса адсорбции. Изменение концентрации компонентов в твердой и газовой фазах не приводит к изменению их плотностей. Слой адсорбента является монодисперсным. Он состоит из зерен сферической формы, имеющих изотропную структуру. Движение газовой фазы является одномерным и зависит от координаты $0x$. Изменение концентрации сорбируемого компонента в газовой фазе происходит за счет движения газа с некоторой средней по сечению аппарата скоростью, продольного перемешивания газовой фазы и за счет процесса адсорбции. Скорость процесса адсорбции лимитируется как внешней, так и внутренней диффузией. Равновесие процесса описывается уравнением линейной изотермы Генри.

С учетом принятых допущений составим математическое описание процесса. Математическая модель включает следующие уравнения:

- уравнение материального баланса

$$\varepsilon \frac{\partial C}{\partial \tau} + (1 - \varepsilon) \frac{\partial \bar{C}_{ср}}{\partial \tau} + v \varepsilon \frac{\partial C}{\partial x} = D_x \varepsilon \frac{\partial^2 C}{\partial x^2}; \quad (10)$$

- уравнение кинетики диффузии для сферической частицы

$$\frac{\partial \bar{C}}{\partial \tau} = \bar{D} \left(\frac{\partial^2 \bar{C}}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial \bar{C}}{\partial r} \right); \quad (11)$$

- уравнение изотермы адсорбции

$$\bar{C} = \Gamma C; \quad (12)$$

- уравнение связи между локальной концентрацией $\bar{C}(\tau, r, x)$ и средним её значением $\bar{C}_{ср}(\tau, x)$

$$\bar{C}_{ср}(\tau, x) = \frac{3}{r_0^3} \int_0^{r_0} r^2 \bar{C}(\tau, r, x) dr; \quad (13)$$

- начальные и граничные условия:

$$C(\tau, x)|_{\tau=0} = C_0; \quad (14)$$

$$vC_{ex} + \varepsilon D_x \frac{\partial C(\tau, x)}{\partial x} \Big|_{x=0} = vC|_{x=0}; \quad (15)$$

$$\frac{\partial C(\tau, x)}{\partial x} \Big|_{x=H} = 0; \quad (16)$$

$$\bar{C}(\tau, r, x)|_{\tau=0} = \bar{C}_{ср}(\tau, x)|_{\tau=0} = \bar{C}_0; \quad (17)$$

$$\frac{\partial \bar{C}(\tau, x, r)}{\partial r} \Big|_{r=r_0} = \frac{\beta}{D} (C_{ex} - \bar{C}(\tau, x, r)) \Big|_{r=r_0}; \quad (18)$$

$$\frac{\partial \bar{C}(\tau, r, x)}{\partial r} \Big|_{r=0} = 0, \quad (19)$$

где r_0 – радиус частицы; β – коэффициент массоотдачи в газовой фазе; Γ – константа Генри; индексы: «вх» – входной, «0» – начальный, «ср» – средний.

Математическая модель (10)–(19) достаточно хорошо изучена [1–4].

Для практических расчетов процессов адсорбции также достаточно часто применяется математическая модель без учета продольного перемешивания сплошной фазы [1–4].

Частный случай 2. Адсорбер непрерывного действия колонного типа цилиндрической формы. Коэффициент $\Omega = 1$.

Полагаем, что газовая фаза и дисперсная твердая фаза движутся в противоположных направлениях. Эффекты продольного и радиального перемешивания движущихся фаз малы, и ими можно пренебречь. Остальные упрощающие допущения примем аналогичными допущениям для *частного случая 1*.

Математическое описание процесса включает следующие уравнения [2, 3]:

- уравнение материального баланса по газовой фазе

$$\varepsilon v \frac{\partial C}{\partial x} - (1 - \varepsilon) \frac{\partial \bar{C}_{ср}}{\partial \tau} = 0; \quad (20)$$

- уравнение материального баланса по твердой фазе

$$-w \frac{\partial \bar{C}_{ср}}{\partial x} + \frac{\partial \bar{C}_{ср}}{\partial \tau} = 0; \quad (21)$$

- граничные условия:

$$C|_{x=0} = C_{ex}; \quad (22)$$

$$\bar{C}_{ср}|_{x=H} = \bar{C}_{ex}. \quad (23)$$

- уравнения (11)–(14) и (17)–(19).

Частный случай 3. Адсорбер с кольцевым неподвижным слоем адсорбента. Коэффициент $\Omega = R_1/(R_1 - x)$.

В указанном аппарате исходный газ поступает в пространство между корпусом и внешней цилиндрической решеткой, проходит в горизонтальном направлении через кольцевой слой адсорбента, находящийся между внутренней и внешней цилиндрическими решетками, и выводится из аппарата через внутренний цилиндр (рис. 1).

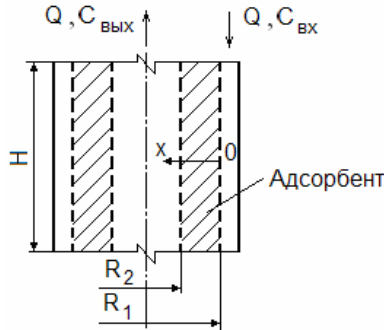


Рис. 1. Схема движения газовой фазы в кольцевом адсорбере: $C_{вх}$ – концентрация целевого компонента в газовой фазе на входе в аппарат; $C_{вых}$ – концентрация целевого компонента в газовой фазе на выходе из аппарата; R_1 – радиус внешней цилиндрической решетки; R_2 – радиус внутренней цилиндрической решетки; v – скорость движения газовой фазы на входе в слой адсорбента; H – высота кольцевого слоя адсорбента

При построении математической модели в кольцевом адсорбере были использованы следующие допущения: начальное содержание целевого компонента в слое адсорбента является равномерным; равновесие адсорбции описывается уравнением линейной изотермы Генри; скорость процесса лимитируется смешанной диффузией; структура потока раствора сквозь слой адсорбента описывается моделью идеального вытеснения; направление движения очищаемого газа в слое совпадает с направлением координаты $0x$.

Математическое описание процесса включает уравнение материального баланса

$$\varepsilon \frac{\partial C}{\partial \tau} + (1 - \varepsilon) \frac{\partial \bar{C}_{cp}}{\partial \tau} + \frac{R_1 v}{R_1 - x} \frac{\partial C}{\partial x} = 0; 0 \leq x \leq R_2. \quad (24)$$

В математическое описание также входят уравнения (11)–(14), (17)–(19) и граничное условие $C(\tau, x)|_{x=0} = C_{вх}$.

Аналитическое решение вышеуказанной задачи получено в следующем виде:

$$\frac{C_{вх} - C(\tau, x)}{C_{вх} - C_0} = \begin{cases} 0 & \text{при } 0 \leq Fo \leq \delta \\ \sum_{n=1}^{\infty} A_n e^{-\mu_n^2 Fo} - \sum_{n=1}^{\infty} A_n e^{-\mu_n^2 (Fo - \delta)} & \text{при } Fo > \delta \end{cases} \quad (26)$$

где
$$\delta = \frac{[(R_1 - x)^2 - r_0^2] \bar{D}}{2r_0^2 v R_1}; \quad A_n = \frac{6\Gamma(\sin \mu_n - \mu_n \cos \mu_n)^2}{\mu_n^3 (\mu_n - \sin \mu_n \cos \mu_n)}$$

$Fo = \frac{\bar{D}\tau}{r_0^2}$ – критерий Фурье; μ_n – корни характеристического уравнения

$$\operatorname{tg} \mu_n = \frac{-Bi}{Bi - 1}, \quad (27)$$

где $Bi = \frac{\beta r_0}{D\Gamma}$ – критерий Био.

Уравнение (26) позволяет рассчитать распределение концентрации целевого компонента по ширине слоя адсорбента в любой момент времени.

Частный случай 4. Горизонтальный адсорбер с неподвижным слоем адсорбента. Коэффициент $\Omega = R/(R^2 - x^2)^{1/2}$.

В горизонтальном адсорбере (рис. 2), наполовину заполненном адсорбентом в виде зерен сферической формы, осуществляется очистка газа.

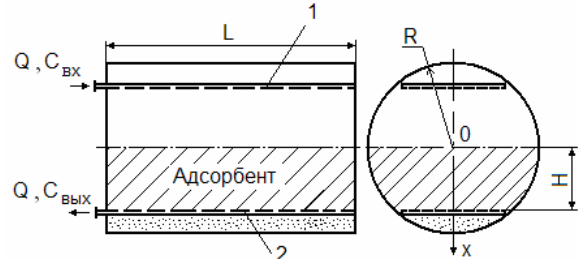


Рис. 2. Схема движения газовой фазы в горизонтальном адсорбере: 1 – распределительное устройство; 2 – дренажное устройство; L – длина аппарата; H – высота слоя адсорбента; R – радиус аппарата

При построении математического описания процесса используем допущения, указанные для частного случая 3.

Математическое описание процесса включает уравнение материального баланса

$$\varepsilon \frac{\partial C}{\partial \tau} + (1 - \varepsilon) \frac{\partial \bar{C}_{cp}}{\partial \tau} + \frac{Rv}{\sqrt{R^2 - x^2}} \frac{\partial C}{\partial x} = 0; 0 \leq x \leq H. \quad (28)$$

В математическое описание также входят уравнения (11)–(14), (17)–(19) и (25).

Вышеуказанную систему уравнений решали с применением однородных консервативных разностных схем.

Частный случай 5. Аппарат со сферическим днищем с неподвижным слоем адсорбента. Коэффициент формы сферической части аппарата $\Omega = R_0^2/(R_0^2 - x^2)$.

Рассмотрим аппарат со сферическим днищем, в котором помещен слой зернистого адсорбента. Считаем, что изменение концентрации в жидкой фазе происходит за счет движения раствора с изменяющейся по сечению днища скоростью и за счет процесса адсорбции (рис. 3).

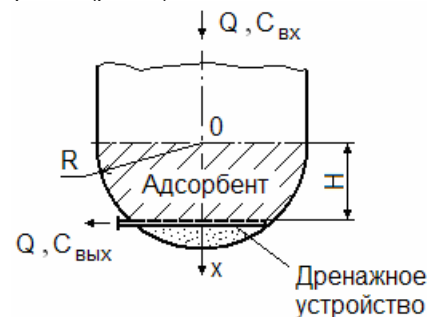


Рис. 3. Схема движения жидкой фазы в аппарате: H – высота слоя адсорбента; R – радиус сферического днища

Запишем уравнение материального баланса для сферического слоя адсорбента:

$$\varepsilon \frac{\partial C}{\partial \tau} + (1 - \varepsilon) \frac{\partial \bar{C}_{cp}}{\partial \tau} + \frac{R^2 v}{R^2 - x^2} \frac{\partial C}{\partial x} = 0; 0 \leq x \leq H. \quad (29)$$

В математическое описание процесса также входят уравнение кинетики (11), уравнение изотермы (12), уравнение связи между локальной концентрацией вещества в частице и средним её значением (13), а также соответствующие условия однозначности.

Частный случай 6. Односекционная сушилка непрерывного действия конической формы с кипящим слоем (рис. 4). Коэффициент $\Omega = R_1^2/(R_1 + x \operatorname{tg} \gamma/2)^2$.

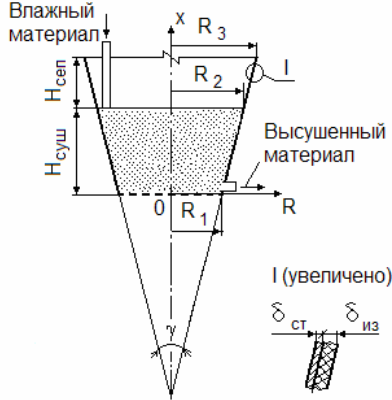


Рис. 4. Схема движения фаз в сушилке

Рассмотрим процесс сушки в условиях малого размера слоя и примерно одинаковой его протяженности в различных направлениях. Полагаем, что перенос теплоты в частицах дисперсного материала сферической формы осуществляется теплопроводностью, а влаги – влагопроводностью. Структура потоков сушильного агента описывается моделью идеального вытеснения, а дисперсного материала – моделью идеального перемешивания [5]. Направление движения сушильного агента совпадает с направлением координаты 0x. Искомыми функциями являются профиль температуры сушильного агента $t(x,R)$ и средняя температура дисперсного материала на выходе из сушилки \bar{t}_{cp} , а также профиль влагосодержания сушильного агента $u(x,R)$ и среднее влагосодержание дисперсного материала на выходе из сушилки \bar{u}_{cp} .

Математическое описание процесса сушки включает следующие уравнения:

- уравнение теплового баланса для сушильного агента

$$\varepsilon c_p \nu \frac{R_1^2}{\left(R_1^2 + x \operatorname{tg} \frac{\gamma}{2}\right)^2} \frac{\partial t}{\partial x} - (1 - \varepsilon) \bar{c} p w \frac{R_1^2}{\left(R_1^2 + x \operatorname{tg} \frac{\gamma}{2}\right)^2} \frac{\partial \bar{t}_{cp}}{\partial x} - \varepsilon c_p D_r \left(\frac{\partial^2 t}{\partial R^2} + \frac{1}{R} \frac{\partial t}{\partial R} \right) = 0 \quad (30)$$

и потока твердого сыпучего материала

$$\bar{V} \frac{\partial \bar{t}_{cp}}{\partial \tau} = \bar{Q} (\bar{t}_{ex} - \bar{t}_{cp}); \quad (31)$$

- уравнение теплопроводности в сферических координатах

$$\frac{\partial \bar{t}}{\partial \tau} = a \left(\frac{\partial^2 \bar{t}}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial \bar{t}}{\partial r} \right); \quad (32)$$

- уравнение для определения средней температуры в частице

$$\bar{t}_{cp}(\tau, x, R) = \frac{3}{r_0^3} \int_0^{r_0} r^2 \bar{t}(\tau, r, x, R) dr; \quad (33)$$

- начальные и граничные условия для переноса теплоты

$$\bar{t}_{cp}(\tau, x, R) \Big|_{\tau=0} = \bar{t}(\tau, r, x, R) \Big|_{\tau=0} = \bar{t}_0; \quad (34)$$

$$t(x, R) \Big|_{x=0} = t_{ex}; \quad (35)$$

$$\bar{t}_{cp}(\tau, x, R) \Big|_{x=0} = \bar{t}_{вых}; \quad (36)$$

$$\frac{\partial \bar{t}_{cp}(x, R)}{\partial R} \Big|_{R_1=0} = 0; \quad (37)$$

$$\alpha_1 \left(t_{ex} - t \Big|_{x=0} \Big|_{R=R_1} \right) = \frac{t \Big|_{R=R_1} - t_{окр.ср}}{\frac{\delta_{cm}}{\lambda_{cm}} + \frac{\delta_{uz}}{\lambda_{uz}} + \frac{1}{\alpha_{общ}}}; \quad (38)$$

$$\frac{\partial \bar{t}(\tau, r, x, R)}{\partial r} \Big|_{r=0} = 0; \quad (39)$$

$$\lambda \frac{\partial \bar{t}(\tau, r, x, R)}{\partial r} \Big|_{r=r_0} = \alpha_2 \left(t_{ex} - \bar{t}(\tau, r, x, R) \Big|_{r=r_0} \right); \quad (40)$$

- уравнение материального баланса для сушильного агента

$$\varepsilon v \frac{R_1^2}{\left(R_1^2 + x \operatorname{tg} \frac{\gamma}{2}\right)^2} \frac{\partial u}{\partial x} - (1 - \varepsilon) w \frac{R_1^2}{\left(R_1^2 + x \operatorname{tg} \frac{\gamma}{2}\right)^2} \frac{\partial \bar{u}_{cp}}{\partial x} - \varepsilon D_r \left(\frac{\partial^2 u}{\partial R^2} + \frac{1}{R} \frac{\partial u}{\partial R} \right) = 0 \quad (41)$$

и потока твердого сыпучего материала

$$\bar{V} \frac{\partial \bar{u}_{cp}}{\partial \tau} = \bar{Q} (\bar{u}_{ex} - \bar{u}_{cp}); \quad (42)$$

- уравнение диффузии в сферических координатах

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial \tau} = k \left(\frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial \bar{u}}{\partial r} \right); \quad (43)$$

- уравнение для определения среднего влагосодержания в частице

$$\bar{u}_{cp}(\tau, x, R) = \frac{3}{r_0^3} \int_0^{r_0} r^2 \bar{u}(\tau, r, x, R) dr; \quad (44)$$

- начальные и граничные условия для переноса влаги

$$\bar{u}_{cp}(\tau, x, R) \Big|_{\tau=0} = \bar{u}(\tau, r, x, R) \Big|_{\tau=0} = \bar{u}_0; \quad (45)$$

$$u(x, R) \Big|_{x=0} = u_{ex}; \quad (46)$$

$$\bar{u}_{cp}(x, R) \Big|_{x=0} = \bar{u}_{вых}; \quad (47)$$

$$u(x, R) \Big|_{R_1=0} = u_{вых}; \quad (48)$$

$$\frac{\partial u(x, R)}{\partial R} \Big|_{R_1=1} = 0; \quad (49)$$

$$\frac{\partial \bar{u}(\tau, r, x, R)}{\partial r} \Big|_{r=0} = 0; \quad (50)$$

$$k \frac{\partial \bar{u}(\tau, r, x, R)}{\partial r} \Big|_{r=r_0} = \beta \left(t_{ex} - \bar{u}(\tau, r, x, R) \Big|_{r=r_0} \right); \quad (51)$$

где a – коэффициент температуропроводности; R_1 – радиус газораспределительной решетки; R_2 – радиус сечения кипящего слоя в верхней его части; R_3 – радиус сечения аппарата в верхней его части; Q – производительность аппарата по исходному зернистому материалу; k – коэффициент массопроводности; u и \bar{u} – влажпроводность сплошной и дисперсной фаз; $\alpha_{общ}$ – коэффициент теплоотдачи лучеиспусканием и конвекцией; индексы: «ст» – стенки; «из» – изоляции.

Для определения среднего влагосодержания в частицах на выходе из сушилки может быть использовано следующее уравнение [6]:

$$\bar{u}_{вых} = \int_0^{\infty} \vartheta(\tau) \bar{u}_{cp}(\tau) d\tau, \quad (52)$$

где $\vartheta(\tau)$ – функция распределения времени пребывания частиц в аппарате; $\bar{u}_{cp}(\tau)$ – решение уравнения влажпроводности (43).

Решение уравнения (52) с использованием модели идеального перемешивания и диффузионного механизма удаления влаги при граничных условиях первого рода можно найти в работе [6].

Для определения температуры материала на выходе из сушилки может быть использовано уравнение

$$\bar{t}_{вых} = \int_0^{\infty} \vartheta(\tau) \bar{t}_{cp}(\tau) d\tau, \quad (53)$$

где $\bar{t}_{cp}(\tau)$ – решение уравнения теплопроводности (32).

Решение уравнения теплового баланса (30) совместно с уравнениями (32) и (33) и условиями однозначности (34)–(40) имеет вид

$$\frac{t_{ex} - t(x, R)}{t_{ex} - t_{окр.ср}} = e^{-\frac{\mu_1^2 a \left(R_1 + xtg \frac{\gamma}{2} \right)}{3r_0^2 v tg \frac{\gamma}{2}}} \left[-A_1 e^{-\frac{\mu_1^2 a R_1}{3r_0^2 v tg \frac{\gamma}{2}}} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{J_0 \left(\sigma_n \frac{R}{R_0} \right)}{J_1(\sigma_n)(L+1)} e^{-\frac{(\sigma_n^2 D_r r_0^2 - \mu_1^2 a R_1^2) \left(R_1 + xtg \frac{\gamma}{2} \right)^3}{3r_0^2 v R_1^4 tg \frac{\gamma}{2}}} \right], \quad (54)$$

$$\text{где } A_1 = \frac{6(1-\varepsilon)\bar{c}\bar{\rho}(\mu_1 \cos \mu_1 - \sin \mu_1)}{\mu_1 \varepsilon c \rho};$$

$$L = \alpha_1 \left(\frac{\delta_{cm}}{\lambda_{cm}} + \frac{\delta_{uz}}{\lambda_{uz}} + \frac{1}{\alpha_{общ}} \right); \sigma_n - \text{корни характеристического уравнения}$$

$$J_0(\sigma) = 0. \quad (55)$$

Созинов Владимир Петрович,

ГОУВПО «Ивановский государственный энергетический университет имени В.И. Ленина», доктор технических наук, профессор, зав. кафедрой промышленной теплоэнергетики, телефон (4932) 26-97-24, e-mail: soz@pte.ispu.ru

Решение уравнения материального баланса (41) при соответствующих граничных условиях может быть найдено по аналогии с решением уравнения теплового баланса (30).

Рассмотрим в односекционной сушилке с кипящим слоем (рис. 4) зону разделения высушенного сыпучего материала и сушильного агента. Полагаем, что параметры потоков сушильного агента и сыпучего материала, поступающих в данную зону, равны параметрам соответствующих выходных потоков из зоны сушки. Процессы массо- и теплообмена между фазами в зоне разделения фаз практически полностью завершены. Потери теплоты в окружающую среду происходят только через изолированную стенку аппарата. В этом случае уравнение теплового баланса для сушильного агента может быть записано как

$$\varepsilon v \frac{R_{21}^2}{\left(R_2^2 + xtg \frac{\gamma}{2} \right)^2} \frac{\partial t}{\partial x} - \varepsilon D_r \left(\frac{\partial^2 t}{\partial R^2} + \frac{1}{R} \frac{\partial t}{\partial R} \right) = 0. \quad (56)$$

В качестве граничных условий примем условие (35) и условия

$$\left. \frac{\partial \bar{t}_{cp}(x, R)}{\partial R} \right|_{R_2=0} = 0; \quad (57)$$

$$x=0$$

$$\alpha_1 \left(t_{ex} - t \Big|_{x=0} \right) = \frac{t \Big|_{R=R_2} - t_{окр.ср}}{x=0} = \frac{\delta_{cm}}{\lambda_{cm}} + \frac{\delta_{uz}}{\lambda_{uz}} + \frac{1}{\alpha_{общ}}. \quad (58)$$

Решение уравнения (56) при данных условиях имеет вид

$$\frac{t_{ex} - t(x, R)}{t_{ex} - t_{окр.ср}} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{J_0 \left(\sigma_n \frac{R}{R_2} \right)}{J_1(\sigma_n)(L+1)} e^{-\frac{\sigma_n^2 D_r H_{сеп} \left(R_2 + xtg \frac{\gamma}{2} \right)^2}{2R_2^4 v tg \frac{\gamma}{2}}}, \quad (59)$$

где σ_n – корни характеристического уравнения (55).

Список литературы

1. Кельцев Н.В. Основы адсорбционной техники. – М.: Химия, 1984.
2. Романков П.Г., Фролов В.Ф. Массообменные процессы химической технологии (системы с дисперсной твердой фазой). – Л.: Химия, 1990.
3. Протодьяконов И.О., Люблинская Н.Е., Рыжков А.Е. Гидродинамика и массообмен в дисперсных системах жидкость – твердое тело. – Л.: Химия, 1987.
4. Протодьяконов И.О., Муратов О.В., Евлампиев И.И. Динамика процессов химической технологии: Учеб. пособие для вузов. – Л.: Химия, 1984.
5. Сажин Б.С., Сажин В.Б. Научные основы техники сушки. – М.: Наука, 1997.
6. Кафаров В.В., Глебов М.Б. Математическое моделирование основных процессов химических производств: Учеб. пособие для вузов. – М.: Высш. шк., 1991.

Натареев Александр Сергеевич,
ГОУВПО «Ивановский государственный энергетический университет имени В.И. Ленина»,
аспирант кафедры промышленной теплоэнергетики,
телефон (4932) 26-97-24,
e-mail: nelli@pte.ispu.ru

Натареев Сергей Валентинович,
Ивановский государственный химико-технологический университет,
доктор технических наук кафедры машин и аппаратов химических производств,
e-mail: nelli@pte.ispu.ru

Иванов Виталий Евгеньевич,
Ивановский государственный химико-технологический университет,
студент,
e-mail: nelli@pte.ispu.ru