© «Вестник ИГЭУ» Вып. 3 2012 г.

УДК 621.311.001

Построение математической модели допустимого установившегося режима электроэнергетической системы

Н.П. Бадалян[1], Е.А. Чащин[2]
[1] ФГБОУВПО «Владимирский государственный университет имени А.Г. и Н.Г. Столетовых», Владимир, Российская Федерация
[2] ФГБОУВПО «Ковровская государственная технологическая академия имени В.А. Дегтярёва», Ковров, Российская Федерация
E-mail: norayrbadalyan@mail.ru; kanircha@list.ru

Авторское резюме

Состояние вопроса: Существующие методы расчета установившегося режима, основанные на решении системы нелинейных уравнений итерационным методом, в случае выполнения анализа электроэнергетической системы отличаются большим объемом производимых вычислений и существенными затратами машинного времени.
Материалы и методы: Создание математической модели для расчета допустимого установившегося режима основано на Z-форме задания соответствия сети и введении ограничений типа неравенств, налагаемых на модули напряжений и реактивных мощностей независимых станционных узлов.
Результаты: Предложена математическая модель для анализа допустимого установившегося режима в большой электроэнергетической системе. Разработаны рекомендации по взаимному переходу от станционных узлов типа *P-U* к станционным узлам *P-Q* и обратно, обеспечивающие соответствие модулей напряжений и реактивных мощностей допустимым пределам, направленные на достижение допустимого установившегося режима электроэнергетической системы.
Выводы: Использование предложенной модели обеспечивает уменьшение числа итераций и повышение сходимости при решении системы уравнений, описывающей установившийся режим в электроэнергетической системе.

Ключевые слова: модель, мощность, параметр, станция, узел, матрица, нагрузка.

Mathematical Model Designing of Steady State Mode of Power Engineering System

N.P. Badalyan[1], E.A. Chashchin[2]
[1]Vladimir State University, Vladimir, Russian Federation
[2]Kovrov State Technological Academy, Kovrov, Russian Federation
E-mail: norayrbadalyan@mail.ru; kanircha@list.ru

Abstract

Background: The existing calculation methods of steady-state mode, based on solving the system of nonlinear equations by using the iteration method in case of analysis of an electric power system, differ by very big volume of produced computing and significant costs of computer time.
Materials and methods: Designing the mathematical model for the calculation of the possible set mode is based on the Z form of accordance task of a network and reservation restriction type of inequalities, imposed on the modules of voltage and reactive powers of the independent station knots.
Results: The mathematical model for the analysis of the possible set mode in the large electro-power system is offered. Recommendations on the mutual transition from the station knots of *P-U* type to the *P-Q* station knots and back, providing accordance of the voltage modules and reactive powers of the possible limits, turned to the proper achievement of the possible set mode of the electro-power system.
Conclusions: The usage of the offered model helps to diminish the number of iterations and to increase the convergence when solving the equalizations system, describing the set mode in the electric power system.

Key words: model, capacity, parameter, station, knot, matrix, loading.

Основой для построения математической модели допустимого режима является предложенная ранее математическая модель расчета установившегося режима [1–9]. Однако решение задач, связанных с расчетом допустимого установившегося режима применительно к электроэнергетической системе (ЭЭС), традиционным путем, заключающимся в итерационном решении системы нелинейных алгебраических уравнений, связано с большими затратами машинного времени и рядом других затруднений, вызванных большим объемом производимых вычислений.

Ниже для построения уравнения установившихся режимов принимается, что рассматриваемая ЭЭС состоит из источников (станционных) и потребителей (нагрузочных узлов), число которых составляет (M+1). После выбора первого источника в качестве базисного (балансирующего) ЭЭС будет состоять из M независимых узловых точек. Необходимо отметить, что в случае, когда к данному узлу подключены как источник, так и потребитель, всегда можно их объединить и получить случай, когда к узлу подключен либо только источник, либо только потребитель.

При построении системы уравнений для расчета допустимого установившегося режима ЭЭС предполагается известной конфигурация исследуемой ЭЭС со всеми пассивными параметрами. Под допустимым установившимся режимом ЭЭС будем понимать такое состояние режимных параметров ЭЭС, при котором они удовлетворяют условиям типа неравенств, налагаемых на них. При этом условия типа неравенств формируются из допустимых предельных значений (нижних и верхних) отдельных режимных параметров. В этом случае, как обычно, ограничения налагаются на модули напряжений и реактивных мощностей станционных узлов.

Для изложения материала выбираем следующую систему индексов (рис. 1):

1. Для независимых станционных узлов $m(n)$ = 1, 2, …, $Г$, где $Г$ – число независимых станционных узлов.

2. Для нагрузочных узлов $k(l)=Г+1$, $Г+2$, $Г+3$, …, $Г+Н$, где $Н$ – число нагрузочных узлов.

3. Для произвольных узлов $i(j)$=1, 2, …, $Г$, $Г+1$, $Г+2$, …, $Г+Н = М$, где $М$ – число независимых узлов в рассматриваемой ЭЭС.

$$\left.\begin{aligned}&\Phi_{pi} = P_i - \left[\frac{U_Б}{U_i}\left(P_i\cos\Psi_{ui} + Q_i\sin\Psi_{ui}\right) + \right.\\&\left.+\sum_{j=1}^{M}\left(R_{ij}A_{ij} + x_{ij}B_{ij}\right)\right] = 0,\\&\Phi_{qi} = Q_i - \left[-\frac{U_Б}{U_i}\left(P_i\sin\Psi_{ui} - Q_i\cos\Psi_{ui}\right) + \right.\\&\left.+\sum_{j=1}^{M}\left(x_{ij}A_{ij} - R_{ij}B_{ij}\right)\right] = 0,\end{aligned}\right\} \qquad (1)$$

где

$$\begin{aligned}&A_{ij} = \frac{1}{U_iU_j}\Big[\left(P_iP_j + Q_iQ_j\right)\cos\left(\Psi_{ui} - \Psi_{uj}\right) + \\&+\left(Q_jP_j - Q_iP_i\right)\sin\left(\Psi_{ui} - \Psi_{uj}\right)\Big];\\&B_{ij} = \frac{1}{U_iU_j}\Big[\left(P_iP_j + Q_iQ_j\right)\sin\left(\Psi_{ui} - \Psi_{uj}\right) - \\&-\left(Q_jP_j - Q_iP_i\right)\cos\left(\Psi_{ui} - \Psi_{uj}\right)\Big].\end{aligned} \qquad (2)$$

В этом приближении математическая модель допустимого установившегося режима ЭЭС может быть получена на основании известной системы уравнений [1] при Z-форме задания соответствия сети.

Представим систему нелинейных алгебраических уравнений (1) в неявно выраженной форме:

$$\left.\begin{aligned}&\Phi_{pi}\left(P,Q,U,\Psi_u\right) = 0,\\&\Phi_{qi}\left(P,Q,U,\Psi_u\right) = 0.\end{aligned}\right\} \qquad (3)$$

Согласно выбранной системе индексов для независимых станционных $m(n)$ и нагрузочных узлов $k(l)$, систему нелинейных алгебраических уравнений (3) представим как совокупность систем нелинейных алгебраических уравнений для станционных и нагрузочных узлов, в данном случае:

$$\left.\begin{aligned}&\Phi_{pm}\left(P,Q,U,\Psi_u\right) = 0,\\&\Phi_{qm}\left(P,Q,U,\Psi_u\right) = 0,\end{aligned}\right\} \qquad (4)$$

$$\left.\begin{aligned}&\Phi_{pk}\left(P,Q,U,\Psi_u\right) = 0,\\&\Phi_{qk}\left(P,Q,U,\Psi_u\right) = 0.\end{aligned}\right\} \qquad (5)$$

Система неявных нелинейных алгебраических уравнений (4) относится к станционным узлам, а (5) – к нагрузочным узлам.

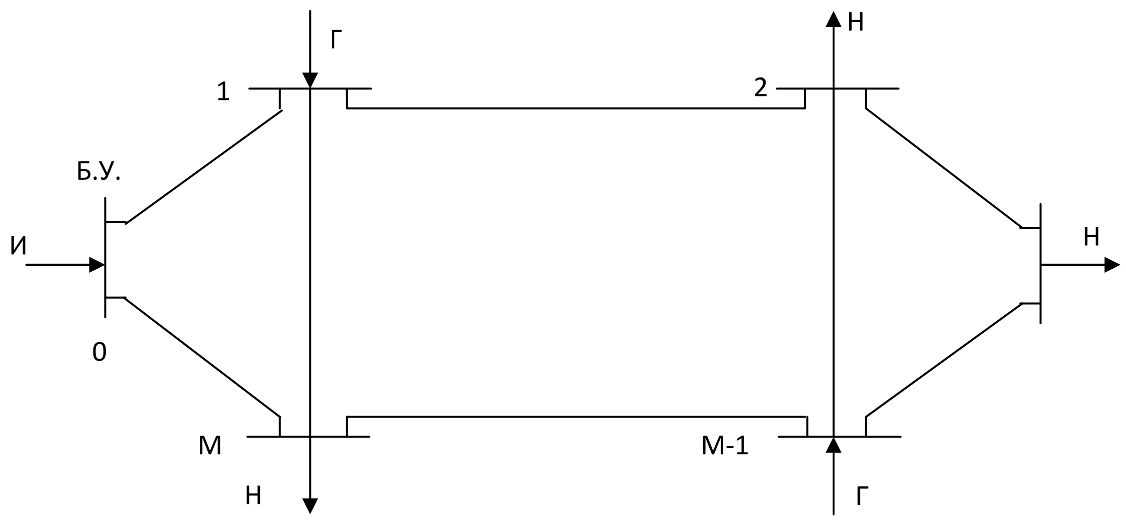

Рис. 1. Схематическое представление ЭЭС

Введем следующие обозначения:

$$\Phi_m = \begin{cases} \Phi_{pm}\left(P,Q,U,\Psi_u\right) = 0, \\ \Phi_{qm}\left(P,Q,U,\Psi_u\right) = 0; \end{cases} \tag{6}$$

$$\Phi_k = \begin{cases} \Phi_{pk}\left(P,Q,U,\Psi_u\right) = 0, \\ \Phi_{qk}\left(P,Q,U,\Psi_u\right) = 0. \end{cases} \tag{7}$$

При этом математическую модель допустимого установившегося режима ЭЭС удобно представить в следующем виде:

$$\Phi_m\left(P,Q,U,\Psi_u\right) = 0; \tag{8}$$

$$\Phi_k\left(P,Q,U,\Psi_u\right) = 0; \tag{9}$$

$$U_{m,\min} \le U_m \le U_{m,\max}; \tag{10}$$

$$Q_{m,\min} \le Q_m \le Q_{m,\max}, \tag{11}$$

где $U_{m,min}$, $Q_{m,min}$ и $U_{m,max}$, $Q_{m,max}$ – предельные минимальные и максимальные значения модулей напряжений и реактивных мощностей независимых станционных узлов.

Предположим, что все узлы являются узлами типа *P-Q*, тогда уравнения (8) и (9) изображают полную систему нелинейных алгебраических уравнений установившегося режима ЭЭС. Необходимо отметить, что при станционных узлах типа *P-U* структура системы нелинейных алгебраических уравнений (8) и (9) не изменяется.

Если узлы являются типа *P-Q*, то это означает, что для каждого узла заданы активные и реактивные мощности и поэтому в конечном итоге уравнения (8) и (9) являются функцией от модулей и аргументов комплексных напряжений. Учитывая, что (8) и (9) получены из системы уравнений (1) и введены обозначения (6) и (7), можем написать следующее рекуррентное выражение на основании метода Ньютона-Рафсона:

$$\begin{bmatrix} \Psi_{um} \\ \Psi_{uk} \\ U_k \\ U_m \end{bmatrix}^{И+1} = \begin{bmatrix} \Psi_{um} \\ \Psi_{uk} \\ U_k \\ U_m \end{bmatrix}^{И} - \begin{bmatrix} \Delta\Psi_{um} \\ \Delta\Psi_{uk} \\ \Delta U_k \\ \Delta U_m \end{bmatrix}^{И}, \tag{12}$$

где *И* – номер итерации.

Вторая столбцевая матрица правой части определяется на основании следующего матричного уравнения:

$$\begin{bmatrix} \Delta P_m \\ \Delta P_k \\ \Delta Q_k \\ \Delta Q_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \Phi_{pm}}{\partial \Psi_{un}} & \frac{\partial \Phi_{pm}}{\partial \Psi_{ui}} & \frac{\partial \Phi_{pm}}{\partial U_i} & \frac{\partial \Phi_{pm}}{\partial U_n} \\ \frac{\partial \Phi_{pk}}{\partial \Psi_{un}} & \frac{\partial \Phi_{pk}}{\partial \Psi_{ui}} & \frac{\partial \Phi_{pk}}{\partial U_i} & \frac{\partial \Phi_{pk}}{\partial U_n} \\ \frac{\partial \Phi_{qk}}{\partial \Psi_{un}} & \frac{\partial \Phi_{qk}}{\partial \Psi_{ui}} & \frac{\partial \Phi_{qk}}{\partial U_i} & \frac{\partial \Phi_{qk}}{\partial U_n} \\ \frac{\partial \Phi_{qm}}{\partial \Psi_{un}} & \frac{\partial \Phi_{qm}}{\partial \Psi_{ui}} & \frac{\partial \Phi_{qm}}{\partial U_i} & \frac{\partial \Phi_{qm}}{\partial U_n} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \Delta\Psi_{um} \\ \Delta\Psi_{uk} \\ \Delta U_k \\ \Delta U_m \end{bmatrix}, \tag{13}$$

где ΔP_m, ΔQ_m – приращения активных и реактивных мощностей независимых станционных узлов; ΔP_k, ΔQ_k – приращения активных и реактивных мощностей нагрузочных узлов; $\Delta\Psi_{um}$, ΔU_m – приращения аргументов и модулей комплексных напряжений независимых станционных узлов; $\Delta\Psi_{uk}$, ΔU_k – приращения аргументов и модулей комплексных напряжений нагрузочных узлов.

Введем следующие обозначения:

$$a_{mn} = \frac{\partial \Phi_{pm}}{\partial \Psi_{un}},\ a_{mi} = \frac{\partial \Phi_{pm}}{\partial \Psi_{ui}},\ c_{mi} = \frac{\partial \Phi_{pm}}{\partial U_i},\ c_{mn} = \frac{\partial \Phi_{pm}}{\partial U_n},$$

$$a_{kn} = \frac{\partial \Phi_{pk}}{\partial \Psi_{un}},\ a_{ki} = \frac{\partial \Phi_{pk}}{\partial \Psi_{ui}},\ c_{ki} = \frac{\partial \Phi_{pk}}{\partial U_i},\ c_{kn} = \frac{\partial \Phi_{pk}}{\partial U_n},$$

$$b_{kn} = \frac{\partial \Phi_{qk}}{\partial \Psi_{un}},\ b_{ki} = \frac{\partial \Phi_{qk}}{\partial \Psi_{ui}},\ d_{ki} = \frac{\partial \Phi_{qk}}{\partial U_i},\ d_{kn} = \frac{\partial \Phi_{qk}}{\partial U_n},$$

$$b_{mn} = \frac{\partial \Phi_{qm}}{\partial \Psi_{un}},\ b_{mi} = \frac{\partial \Phi_{qm}}{\partial \Psi_{ui}},\ d_{mi} = \frac{\partial \Phi_{qm}}{\partial U_i},\ d_{mn} = \frac{\partial \Phi_{qm}}{\partial U_n}.$$

При этом матричное уравнение (13) можно представить в следующем виде:

$$\begin{bmatrix} \Delta P_m \\ \Delta P_k \\ \Delta Q_k \\ \Delta Q_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{mn} & a_{mi} & c_{mi} & c_{mn} \\ a_{kn} & a_{ki} & c_{ki} & c_{kn} \\ b_{kn} & b_{ki} & d_{ki} & d_{kn} \\ b_{mn} & b_{mi} & d_{mi} & d_{mn} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \Delta\Psi_{um} \\ \Delta\Psi_{uk} \\ \Delta U_k \\ \Delta U_m \end{bmatrix}. \tag{14}$$

После обращения матрицы Якоби выражения (14) получим

$$\begin{bmatrix} \Delta\Psi_{um} \\ \Delta\Psi_{uk} \\ \Delta U_k \\ \Delta U_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha_{mn} & \alpha_{mi} & \beta_{mi} & \beta_{mn} \\ \alpha_{kn} & \alpha_{ki} & \beta_{ki} & \beta_{kn} \\ \gamma_{kn} & \gamma_{ki} & \delta_{ki} & \delta_{kn} \\ \gamma_{mn} & \gamma_{mi} & \delta_{mi} & \delta_{mn} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \Delta P_m \\ \Delta P_k \\ \Delta Q_k \\ \Delta Q_m \end{bmatrix}. \tag{15}$$

Выражения частных производных, входящих в вышеприведенные матрицы Якоби, определяются на основании аналитических выражений (4) и (5).

Предположим, что станционные узлы являются узлами типа *P-U*, т.е. относительно этих узлов зафиксированы активные мощности и модули комплексных напряжений, тогда имеет место следующее соотношение:

$$\Delta U_1 = \Delta U_2 = \ldots = \Delta U_Г = 0,$$

или в матричной форме:

$$\left[\Delta U_m\right] = 0. \tag{16}$$

Тогда матричное уравнение (15) можно представить в виде двух подматричных уравнений:

$$\begin{bmatrix} \Delta\Psi_{um} \\ \Delta\Psi_{uk} \\ \Delta U_k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha_{mn} & \alpha_{mi} & \beta_{mi} & \beta_{mn} \\ \alpha_{kn} & \alpha_{ki} & \beta_{ki} & \beta_{kn} \\ \gamma_{kn} & \gamma_{ki} & \delta_{ki} & \delta_{kn} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \Delta P_m \\ \Delta P_k \\ \Delta Q_k \\ \Delta Q_m \end{bmatrix}; \tag{17}$$

$$\left[0\right] = \left[\gamma_{mn} \mid \gamma_{mi} \mid \delta_{mi} \mid \delta_{mn}\right] \times \begin{bmatrix} \Delta P_m \\ \Delta P_k \\ \Delta Q_k \\ \Delta Q_m \end{bmatrix}. \tag{18}$$

Из математического выражения (18) можно определить вектор реактивных мощностей независимых станционных узлов:

$$\left[\Delta Q_m\right] = -\left[\delta_{mn}\right]^{-1} \times \left[\Delta_{mi}\right], \qquad (19)$$

где

$$\left[\Delta_{mi}\right] = \left[\gamma_{mn}\right] \times \left[\Delta P_m\right] + \left[\gamma_{mi}\right] \times \left[\Delta P_k\right] + \left[\delta_{mi}\right] \times \left[\Delta Q_k\right].$$

На основании (19) можно установить численные значения приращений реактивных мощностей независимых станционных узлов:

$$\left[\Delta Q_m\right] = \left[\Delta Q_1 \mid \Delta Q_2 \mid \ldots \mid \Delta Q_r\right]^t, \qquad (20)$$

где t – знак транспонирования.

Определяя численные значения приращений реактивных мощностей независимых станционных узлов, можно определить также их действительные значения, пользуясь вторым векторным уравнением (4). Определяя численные значения реактивных мощностей независимых станционных узлов, проверяется условие их допустимости согласно (11).

При проверке условия допустимости реактивных мощностей могут возникать следующие случаи:

1. Условие (11) полностью обеспечивается.

При этом непосредственно необходимо перейти к расчёту установившегося режима. На основании (17) вычисляются численные значения приращений $\Delta\Psi_{um}$, $\Delta\Psi_{uk}$ и ΔU_k, затем, пользуясь рекуррентным выражением

$$\begin{bmatrix} \Psi_{um} \\ \hline \Psi_{uk} \\ \hline U_k \end{bmatrix}^{И+1} = \begin{bmatrix} \Psi_{um} \\ \hline \Psi_{uk} \\ \hline U_k \end{bmatrix}^{И} - \begin{bmatrix} \Delta\Psi_{um} \\ \hline \Delta\Psi_{uk} \\ \hline \Delta U_k \end{bmatrix}^{И}, \qquad (21)$$

вычисляются их действительные значения.

Следует учитывать, что перед каждой итерацией необходимо проверять условие (11), и итерационный процесс считается завершенным, если искомые режимные параметры принимают желаемые численные значения с точки зрения их точности.

2. Условие (11) обеспечивается не полностью.

Заметим, что нарушение может быть двояко: реактивная мощность данного независимого станционного узла с индексом t окажется больше, чем верхний предел, или меньше, чем нижний предел. В обоих случаях данный станционный узел типа P_t-U_t заменяется на узел типа P_t -Q_t, причем в первом случае принимается Q_t=$Q_{t,max}$, тогда как во втором случае принимается Q_t=$Q_{t,min}$.

Для таких станционных узлов искомыми переменными являются модули и аргументы комплексных напряжений. При этом перед каждой итерацией проверяется условие допустимости модулей комплексных напряжений согласно (10). Если нарушается условие допустимости модулей напряжений, то аналогичным образом из станционного узла типа *P-Q* переходим к узлу типа *P-U*.

Таким образом, путем перехода от станционных узлов типа *P-U* к станционным узлам *P-Q* и наоборот можно добиться получения допустимого установившегося режима ЭЭС, при котором модули напряжений и реактивные мощности находятся в пределах допустимости.

Список литературы

1. **Хачатрян В.С., Аль-Исса Абрахим**. Оптимизация режима электроэнергетической системы по реактивным мощностям прямым методом классического программирования при Z-форме задания состояния сети // Изв. НАН и ГИУ Армении. – 1977. – № 2. – С. 127–135.
2. **Хачатрян В.С., Этмекчян Э.А.** Метод расчета установившегося режима электрической системы // Изв. вузов СССР. Энергетика. – 1989. – № 5. – С. 12–18.
3. **Хачатрян В.С., Хачатрян С.Ц., Сафарян В.С.** Расчет установившегося режима электрических систем с применением матрицы Гессе при Z-форме задания состояние сети // Изв. вузов СССР. Энергетика. – 1990. – № 1. – С. 20–23.
4. **Хачатрян В.С., Этмекчян Э.А.** Развитие гибридного метода расчета установившегося режима электрической сиситемы // Электричество. – 1991. – № 1. – С. 6–13.
5. **Хачатрян В.С., Этмекчян Э.А., Аракелян В.П.** Упрощенный метод расчета установившегося режима электроэнергетической системы // Электричество. – 1992. – № 2. – С. 9–14.
6. **Аракелян В.П., Хачатрян К.В., Аль-Дарвиш М.Б.** Об одном методе расчета установившегося режима электроэнергетической системы // Изв. НАН и ГИУ Армении. Серия технических наук. – 1996. – № 1. – С. 17–22.
7. **Бадалян Г.А.** Об одном методе определения Z-матрицы обобщенных параметров электрических систем // Изв. НАН и ГИУ Армении. Серия технических наук. – 1996. – № 1. – С. 11–16.
8. **Бадалян Н.П., Хачятрян К.В.** Новый метод определения обобщенных параметров установившегося режима электроэнергетической системы: сб. докл. II Междунар. энергетической конф. в Армении. – Ереван, 2001. – С. 400–408.
9. **Бадалян Н.П.** Метод построения обращённой формы уравнений установившегося режима электроэнергетической системы // Изв. вузов и энергетических объединений стран СНГ. Энергетика. – 2004. – № 6. – С. 45–50.

References

1. Khachatryan, V.S., Al'-Issa, Abrakhim. I*zvestiya NAN i GIU Armenii*, 1977, no. 2, pp. 127–135.
2. Khachatryan, V.S., Etmekchyan, E.A. *Izvestiya vuzov SSSR. Energetika,* 1989, no. 5, pp. 12–18.
3. Khachatryan, V.S., Khachatryan, S.Ts., Safaryan, V.S. *Izvestiya vuzov SSSR. Energetika*, 1990, no. 1, pp. 20–23.
4. Khachatryan, V.S., Etmekchyan, E.A. *Elektrichestvo*, 1991, no. 1, pp. 6–13.
5. Khachatryan, V.S., Etmekchyan, E.A., Arakelyan, V.P. *Elektrichestvo*, 1992, no. 2, pp. 9–14.
6. Arakelyan, V.P., Khachatryan, K.V., Al'-Darvish, M.B. *Izvestiya NAN i GIU Armenii, seriya tekhnicheskikh nauk*, 1996, no. 1, pp. 17–22.
7. Badalyan, G.A. *Izvestiya NAN i GIU Armenii, seriya tekhnicheskikh nauk*, 1996, no. 1, pp. 11–16.
8. Badalyan, N.P., Khachyatryan, K.V. Novyy metod opredeleniya obobshchennykh parametrov ustanovivshegosya rezhima elektroenergeticheskoy sistemy [The New Method of Defining Generalized Parameters of Steady-State Mode of Power Engineering System]. *Sbornik dokladov II Mezhdunarodnoy energeticheskoy konferentsii v Armenii* [Reports Collection of the II International Engineering Conference in Armenia]. Erevan, 2001, pp. 400–408.
9. Badalyan, N.P. *Izvestiya vuzov i energeticheskikh ob»edineniy stran SNG. Energetika,* 2004, no. 6, pp. 45–50.

Бадалян Норайр Петикович,
ФГБОУВПО «Владимирский государственный университет им. Александра Григорьевича и Николая Григорьевича Столетовых»,
доктор технических наук, профессор кафедры электротехники и электроэнергетики,
e-mail: norayrbadalyan@mail.ru

Чащин Евгений Анатольевич,
ФГБОУВПО «Ковровская государственная технологическая академия им. В.А. Дегтярёва»,
кандидат технических наук, доцент, зав. кафедрой электротехники,
e-mail: kanircha@list.ru
телефон (49232) 3-20-62.