

О ДВИЖЕНИИ ВОЗДУШНО-ВОЛОКНИСТОЙ СМЕСИ

ЯСИНСКИЙ Ф.Н., д-р физ.-мат. наук, НЕФЕДЬЕВА Е.Г., асп.

Исследуется методика моделирования движения воздушно-волоконистой смеси, при которой волокна представляются множеством частиц, связанных упругими связями.

Ключевые слова: воздушно-волоконистая смесь, моделирование движения, аэродинамическая сила, математическая модель.

ABOUT AIR-FIBROUS ADMIXTURE MOVEMENT

F.N. YASSINSKIY, Ph.D., E.G. NEFEDJEVA, postgraduate

The work represents the simulation method analysis of air-fibrous admixture, the fibers of which are the set of particles connected with bumping bands.

Key words: air-fibrous admixture, movement simulation, aerodynamic force, mathematical model.

При моделировании движения воздушно-волоконистой смеси в вихревом потоке волокна представляются в виде множества точечных масс, связанных поворотными упругими связями, способными к удлинению. Точечные массы считаются равными.

Каждое волокно представляет собой цепочку последовательно соединенных точечных масс. Кроме того, все точечные массы, за исключением крайних, соединяются между собой через одну. Все связи упругие, т.е. волоконистая структура в данном случае способна к удлинению. Если расстояние между двумя точечными массами превышает некоторое критическое значение, происходит разрыв связи.

При моделировании учитывалось взаимодействие трех сил:

1. *Аэродинамическая сила.* Определяется из расчета взаимодействия скорости воздуха и скорости движения самой частицы с учетом аэродинамического коэффициента, плотности воздуха и площади сечения частицы волокна.

2. *Сила трения.* Определяется суммой сил трения, действующих на каждую частицу волокна со стороны двух соседних частиц. Исключением являются первая и последняя частица, поскольку на них действует сила трения только одной частицы.

3. *Сила упругости.* Учитывает взаимодействие между соседними частицами и частицами, имеющими связь через одну. Сила упругости обеспечивает затухающие колебания волокон.

Приняты следующие обозначения:

\vec{r}_i – радиус-вектор, определяющий положение i -й частицы;

\vec{r}_{ij} – вектор, направленный из i -й частицы в j -ю частицу;

$\vec{r}_{i,i+1}$ – радиус-вектор, направленный из i -й частицы в $(i+1)$ -ю;

$F_{i,i+1}^Y, F_{i,i+1}^T$ – силы упругости и трения, с которыми на i -ю частицу действует связь $\vec{r}_{i,i+1}$.

Дифференциальные уравнения движения волокон будут иметь следующий вид:

$$m_i \frac{d\vec{V}_i}{dt} = F_{i,i+1}^Y + F_{i,i+1}^T + F_{i,i-1}^Y + F_{i,i-1}^T + F_{i,i+2}^Y + F_{i,i+2}^T + F_{i,i-2}^Y + F_{i,i-2}^T + F_i^A + \vec{G}; \quad (1)$$

$$\frac{d\vec{r}_i}{dt} = \vec{V}_i, \quad i = 1, 2, \dots, N, \quad (2)$$

где m_i – масса i -й частицы, составляющей цепочку, N – их число; \vec{V}_i – скорость i -й частицы; верхние индексы Y и T – силы упругости и трения соответственно; \vec{G} – вес i -й частицы; F_i^A – аэродинамическая сила.

Все $m_i = m$. Для этих сил можно предложить следующие выражения:

$$\left. \begin{aligned} F_{i,i+1}^Y &= c \left(\left| \vec{r}_{i+1} - \vec{r}_i \right| - l \right) \frac{\vec{r}_{i+1} - \vec{r}_i}{\left| \vec{r}_{i+1} - \vec{r}_i \right|}, \\ F_{i,i-1}^Y &= c \left(\left| \vec{r}_{i-1} - \vec{r}_i \right| - l \right) \frac{\vec{r}_{i-1} - \vec{r}_i}{\left| \vec{r}_{i-1} - \vec{r}_i \right|}, \\ F_{i,i+2}^Y &= c \left(\left| \vec{r}_{i+2} - \vec{r}_i \right| - 2 \cdot l \right) \frac{\vec{r}_{i+2} - \vec{r}_i}{\left| \vec{r}_{i+2} - \vec{r}_i \right|}, \\ F_{i,i-2}^Y &= c \left(\left| \vec{r}_{i-2} - \vec{r}_i \right| - 2 \cdot l \right) \frac{\vec{r}_{i-2} - \vec{r}_i}{\left| \vec{r}_{i-2} - \vec{r}_i \right|}. \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

Здесь c, l – жесткость и длина связи в ненапряженном состоянии.

Аэродинамическая сила взята в виде

$$F_i^A = a \rho S \left| \vec{U} - \vec{V}_i \right| \left(\vec{U} - \vec{V}_i \right), \quad (4)$$

где a – аэродинамический коэффициент; ρ – плотность воздуха; S – эффективная площадь в расчете на одну частицу; \vec{U}, \vec{V}_i – векторы скорости воздуха и частицы в окрестности i -й частицы.

Силы трения предполагаем пропорциональными скорости удлинения соответствующих связей и направленными вдоль этих связей. Так, для связи $\vec{r}_{i,i+1}$ сила трения будет иметь вид

$$F_{i,i+1}^T = \alpha \frac{d}{dt} r_{i,i+1}, \quad (5)$$

где α – коэффициент пропорциональности.

Очевидно, что уравнения в форме (1) справедливы для внутренних частиц цепочки. Для частиц 1, 2, $N-1$, N уравнения будут проще, так как некоторые из сил будут отсутствовать.

Вычисления, реализующие данную модель, выполняются в следующем порядке:

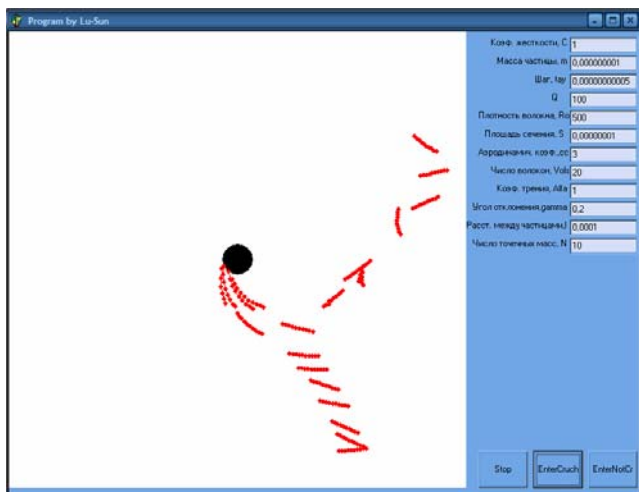
1. Согласно (2), (3), (5) определяются аэродинамические поля скорости для чистого воздуха, протекающего через устройство.

2. С помощью генератора случайных чисел на входе в устройство хаотически разбрасываются волокна.

3. Интегрируются дифференциальные уравнения движения волокон (использован метод Рунге-Кутты второго порядка). Положение волокон непрерывно выдается на экран и можно визуальнo оценивать происходящие процессы (распрямление, вытягивание волокон, их переориентацию).

В процессе интегрирования накапливаются статистические характеристики, оценивающие упорядочение волокон. Интегрирование продолжается до установления статистических характеристик.

На рисунке показано состояние воздушно-волоконистой массы в некоторый момент времени.



Движение воздушно-волоконистой смеси в вихревом потоке

Ясинский Федор Николаевич,
ГОУВПО «Ивановский государственный энергетический университет имени В.И. Ленина»,
доктор физико-математических наук, профессор, зав. кафедрой высокопроизводительных вычислительных систем,
телефон (4932) 26-98-29.

Нефедьева Елена Георгиевна,
ГОУВПО «Ивановский государственный энергетический университет имени В.И. Ленина»,
аспирант кафедры высшей математики,
телефон (4932) 26-97-62,
e-mail: higher@math.ispu.ru

Заключение

Предложенная математическая модель позволяет исследовать процесс движения воздушно-волоконистой смеси в вихревом потоке.

Визуальная оценка происходящих процессов и проведение ряда опытов позволяют сделать заключение о том, что в вихревом потоке волокна, расположенные на входе хаотически, приходят в упорядочение под действием аэродинамической силы. Данное обстоятельство является важным, поскольку находит свое применение в текстильной промышленности.

Список литературы

1. Балаев Э.Ф., Ясинский Ф.Н. Компьютерное моделирование текстильных технологических процессов в аэродинамических полях. – Иваново, 2002.

2. Численные методы и параллельные вычисления для задач механики жидкости, газа и плазмы / Э.Ф. Балаев, Н.В. Нуждин, В.В. Пекунов и др. – Иваново, 2003.

3. Павлов Г.Г. Аэродинамика технологических процессов и оборудования текстильной промышленности. – М.: Легкая индустрия, 1975.

4. Мигушов И.И. Механика текстильной нити и ткани. – М.: Легкая индустрия, 1998.

5. Радовицкий В.П., Стрельцов Б.Н. Электроаэромеханика текстильных волокон. – М.: Легкая индустрия, 1970.