

## ПРИМЕНЕНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ ПРИ ФОРМИРОВАНИИ ПОРТФЕЛЯ ЦЕННЫХ БУМАГ: АКТИВНАЯ И ПАССИВНАЯ СТРАТЕГИИ УПРАВЛЕНИЯ

Макашина О.В., канд. экон. наук, Шевардин Ю.В., асп.

Рассматриваются вопросы применения математических моделей для формирования портфеля ценных бумаг на российском фондовом рынке с точки зрения активной и пассивной стратегии управления: метод Г. Марковица и MW-метод.

*Ключевые слова:* математическая модель, портфель ценных бумаг, доходность, отрицательная доходность, соотношение риск/доходность, пассивные стратегии управления.

### SIMULATOR APPLICATION IN SECURITY PORTFOLIO FORMATION: ACTIVE AND PASSIVE MANAGEMENT STRATEGIES

Makashina O.V., Ph.D., Shevardin Yu.V., postgraduate

The article deals with simulator application for security portfolio formation at Russian Stock Market as active and passive management strategies matter. G. Marcovitz method and MW method.

*Key words:* simulator, security portfolio, profitability, negative profitability, risk/profitability ratio, passive management strategies.

Математические модели в их первоначальном виде при работе на российском фондовом рынке применяются относительно редко, так как в отечественной практике существует достаточно много факторов, оказывающих значительное влияние на его состояние. Но, на наш взгляд, полностью игнорировать их использование при построении портфеля ценных бумаг нельзя.

Формирование портфеля ценных бумаг включает определение набора конкретных активов для вложения средств, а также пропорций распределения инвестируемого капитала между активами. При этом инвестор сталкивается с проблемами селективности, выбора времени операций и диверсификации [1]. Процесс управления портфелем ценных бумаг направлен на сохранение основного инвестиционного качества портфеля и тех свойств, которые бы соответствовали интересам его владельца. Поэтому необходима текущая корректировка структуры портфеля на основе мониторинга факторов, которые могут вызвать изменение в его составных частях. Стратегии управления портфелем ценных бумаг, которые могут быть охарактеризованы как активные и пассивные, представляют собой совокупность применяемых к портфелю методов и технических возможностей.

*Активная модель управления* предполагает тщательное отслеживание и немедленное приобретение инструментов, отвечающих инвестиционным целям портфеля. Одной из основных проблем здесь является выбор оптимального портфеля из большого количества потенциальных портфелей ценных бумаг.

В 1952 г. Г. Марковиц опубликовал фундаментальную работу, которая является основой современной теории формирования портфеля ценных бумаг за рубежом. Его подход основан на предположении, что инвестор, имея конкретную сумму денег, инвестирует ее в ценные бумаги на определенный срок. По истечении этого периода, он реализует портфель, фиксируя прибыль или убыток. В момент вложения средств инвестор должен принять решение, в какие ценные бумаги осуществлять инвестирование. Решение этой задачи эквивалентно выбору оптимального портфеля из набора возможных. Будущий доход от вложений Марковиц рассматривает с использованием статического анализа, а именно, как совокупность элементарных исходов, случайно изме-

няющихся в некоторых пределах. Определив вероятность наступления каждого элементарного исхода, можно найти распределение вероятностей получения дохода по каждому варианту вложения средств.

Оценим, насколько эффективен метод Марковица в условиях работы на российском фондовом рынке. Для анализа нами были отобраны наиболее ликвидные бумаги отечественного фондового рынка (рис. 1): обыкновенные акции Сбербанка, Лукойла, Норильского Никеля, Газпрома. Из них сформированы два портфеля. Первый состоит из акций Сбербанка, Лукойла и Норильского Никеля с долями 40%, 30% и 30% соответственно. Второй состоит из обыкновенных акций Лукойла, Норильского Никеля и Газпрома с долями 50%, 20% и 30% соответственно.

Для того чтобы определить ожидаемую доходность, необходимо иметь данные о реальной доходности активов, рассчитанные на основе данных о ценах за предшествующий период. Определим ожидаемые доходности вышеуказанных ценных бумаг при сроке инвестирования 1 месяц.

|            |          |         |        |         |
|------------|----------|---------|--------|---------|
|            | 13423    | 893.37  | 78.94  | 1775.15 |
|            | 13444.99 | 865     | 79.92  | 1548.77 |
|            | 14155    | 826.89  | 76.57  | 1455.5  |
|            | 14555    | 873.98  | 78.63  | 1641.7  |
|            | 16220    | 952     | 81.75  | 1778.01 |
|            | 17048.98 | 971     | 80.27  | 1666    |
|            | 18270    | 942.45  | 79.05  | 1573    |
| SBER_PR := | 18460.01 | 988     | 80.45  | 1623.3  |
|            | 19230    | 1074    | 83     | 1758    |
|            | 22090    | 1194.8  | 91.81  | 1977    |
|            | 25500.01 | 1387.99 | 107.52 | 2076.88 |
|            | 27569.88 | 1731.8  | 149.05 | 2345    |
|            | 25375    | 1570    | 142.2  | 2116.89 |
|            | 33000    | 1680    | 171.45 | 2496    |
| LKOH_PR := |          |         |        |         |
| GAZP_PR := |          |         |        |         |
| GMKN_PR := |          |         |        |         |

Рис. 1. Матрицы цен закрытия торгов на последний день месяца по акциям Сбербанка, Лукойла, Газпрома и Норильского Никеля

На основе данных о ценах рассчитаем доходность акций за месяц (рис. 2).

$$\begin{aligned}
 \text{SBER\_Y}_i &:= \frac{\text{SBER\_PR}_{(i+1)} - \text{SBER\_PR}_i}{\text{SBER\_PR}_i} \cdot 100 & \text{LKOH\_Y}_i &:= \frac{\text{LKOH\_PR}_{(i+1)} - \text{LKOH\_PR}_i}{\text{LKOH\_PR}_i} \cdot 100 \\
 \text{GAZP\_Y}_i &:= \frac{\text{GAZP\_PR}_{(i+1)} - \text{GAZP\_PR}_i}{\text{GAZP\_PR}_i} \cdot 100 & \text{GMKN\_Y}_i &:= \frac{\text{GMKN\_PR}_{(i+1)} - \text{GMKN\_PR}_i}{\text{GMKN\_PR}_i} \cdot 100
 \end{aligned}$$

|  |   |   |   |
|--|---|---|---|
| $  \text{SBER\_Y}_i = \begin{pmatrix} 0.164 \\ 5.281 \\ 2.826 \\ 11.439 \\ 5.111 \\ 7.162 \\ 1.04 \\ 4.171 \\ 14.873 \\ 15.437 \\ 8.117 \\ -7.961 \\ 30.049 \end{pmatrix}  $ | $  \text{LKOH\_Y}_i = \begin{pmatrix} -3.176 \\ -4.406 \\ 5.695 \\ 8.927 \\ 1.996 \\ -2.94 \\ 4.833 \\ 8.704 \\ 11.248 \\ 16.169 \\ 24.77 \\ -9.343 \\ 7.006 \end{pmatrix}  $ | $  \text{GAZP\_Y}_i = \begin{pmatrix} 1.241 \\ -4.192 \\ 2.69 \\ 3.968 \\ -1.81 \\ -1.52 \\ 1.771 \\ 3.17 \\ 10.614 \\ 17.111 \\ 38.625 \\ -4.596 \\ 20.57 \end{pmatrix}  $ | $  \text{GMKN\_Y}_i = \begin{pmatrix} -12.753 \\ -6.022 \\ 12.793 \\ 8.303 \\ -6.3 \\ -5.582 \\ 3.198 \\ 8.298 \\ 12.457 \\ 5.052 \\ 12.91 \\ -9.728 \\ 17.909 \end{pmatrix}  $ |
|--|---|---|---|

Рис. 2. Ежемесячные доходности активов, входящих в состав анализируемых портфелей

Далее выполним расчет ожидаемой доходности ценных бумаг:

$$\begin{aligned}
 \text{SBER\_ExpYM} &:= \sum_{i=0}^{12} \frac{1}{13} \text{SBER\_Y}_i & \text{SBER\_ExpYM} &= 7.516 \\
 \text{GAZP\_ExpYM} &:= \sum_{i=0}^{12} \frac{1}{13} \text{GAZP\_Y}_i & \text{GAZP\_ExpYM} &= 6.742 \\
 \text{LKOH\_ExpYM} &:= \sum_{i=0}^{12} \frac{1}{13} \text{LKOH\_Y}_i & \text{LKOH\_ExpYM} &= 5.345 \\
 \text{GMKN\_ExpYM} &:= \sum_{i=0}^{12} \frac{1}{13} \text{GMKN\_Y}_i & \text{GMKN\_ExpYM} &= 3.118
 \end{aligned}$$

В соответствии с выкладками метода Марковица произведем расчет стандартного отклонения (меры риска) ценных бумаг:

$$\begin{aligned}
 \sigma_{\text{SBER}} &:= \sqrt{\frac{\sum_{i=0}^{12} (\text{SBER\_Y}_i - \text{SBER\_ExpYM})^2}{12}} & \sigma_{\text{SBER}} &= 9.219 \\
 \text{Disp\_SBER} &:= \sigma_{\text{SBER}}^2 & \text{Disp\_SBER} &= 84.999 \\
 \sigma_{\text{LKOH}} &:= \sqrt{\frac{\sum_{i=0}^{12} (\text{LKOH\_Y}_i - \text{LKOH\_ExpYM})^2}{12}} & \sigma_{\text{LKOH}} &= 9.219 \\
 \text{Disp\_LKOH} &:= \sigma_{\text{LKOH}}^2 & \text{Disp\_LKOH} &= 84.991 \\
 \sigma_{\text{GMKN}} &:= \sqrt{\frac{\sum_{i=0}^{12} (\text{GMKN\_Y}_i - \text{GMKN\_ExpYM})^2}{12}} & \sigma_{\text{GMKN}} &= 10.074 \\
 \text{Disp\_GMKN} &:= \sigma_{\text{GMKN}}^2 & \text{Disp\_GMKN} &= 101.479 \\
 \sigma_{\text{GAZP}} &:= \sqrt{\frac{\sum_{i=0}^{12} (\text{GAZP\_Y}_i - \text{GAZP\_ExpYM})^2}{12}} & \sigma_{\text{GAZP}} &= 12.287 \\
 \text{Disp\_GAZP} &:= \sigma_{\text{GAZP}}^2 & \text{Disp\_GAZP} &= 150.967
 \end{aligned}$$

Далее определяем ковариации и корреляции, необходимые для дальнейшего построения ковариационных и корреляционных матриц:

$$\begin{aligned}
 \text{CovSBER\_LKOH} &:= \frac{\sum_{i=0}^{12} [(\text{SBER\_Y}_i - \text{SBER\_ExpYM}) \cdot (\text{LKOH\_Y}_i - \text{LKOH\_ExpYM})]}{12} \\
 \text{CovSBER\_GMKN} &:= \frac{\sum_{i=0}^{12} [(\text{SBER\_Y}_i - \text{SBER\_ExpYM}) \cdot (\text{GMKN\_Y}_i - \text{GMKN\_ExpYM})]}{12} \\
 \text{CovLKOH\_GMKN} &:= \frac{\sum_{i=0}^{12} [(\text{LKOH\_Y}_i - \text{LKOH\_ExpYM}) \cdot (\text{GMKN\_Y}_i - \text{GMKN\_ExpYM})]}{12} \\
 \text{CovGAZP\_LKOH} &:= \frac{\sum_{i=0}^{12} [(\text{GAZP\_Y}_i - \text{GAZP\_ExpYM}) \cdot (\text{LKOH\_Y}_i - \text{LKOH\_ExpYM})]}{12} \\
 \text{CovGAZP\_GMKN} &:= \frac{\sum_{i=0}^{12} [(\text{GAZP\_Y}_i - \text{GAZP\_ExpYM}) \cdot (\text{GMKN\_Y}_i - \text{GMKN\_ExpYM})]}{12}
 \end{aligned}$$

$\text{CovSBER\_LKOH} = 42.127$        $\text{CovGAZP\_LKOH} = 97.809$   
 $\text{CovSBER\_GMKN} = 61.832$        $\text{CovGAZP\_GMKN} = 82.146$   
 $\text{CovLKOH\_GMKN} = 70.568$

$$\begin{aligned}
 \rho_{\text{SBER\_LKOH}} &:= \frac{\text{CovSBER\_LKOH}}{\sigma_{\text{SBER}} \cdot \sigma_{\text{LKOH}}} & \rho_{\text{SBER\_LKOH}} &= 0.496 \\
 \rho_{\text{SBER\_GMKN}} &:= \frac{\text{CovSBER\_GMKN}}{\sigma_{\text{SBER}} \cdot \sigma_{\text{GMKN}}} & \rho_{\text{SBER\_GMKN}} &= 0.666 \\
 \rho_{\text{GMKN\_LKOH}} &:= \frac{\text{CovLKOH\_GMKN}}{\sigma_{\text{GMKN}} \cdot \sigma_{\text{LKOH}}} & \rho_{\text{GMKN\_LKOH}} &= 0.76 \\
 \rho_{\text{GAZP\_LKOH}} &:= \frac{\text{CovGAZP\_LKOH}}{\sigma_{\text{GAZP}} \cdot \sigma_{\text{LKOH}}} & \rho_{\text{GAZP\_LKOH}} &= 0.863 \\
 \rho_{\text{GAZP\_GMKN}} &:= \frac{\text{CovGAZP\_GMKN}}{\sigma_{\text{SBER}} \cdot \sigma_{\text{GMKN}}} & \rho_{\text{GAZP\_GMKN}} &= 0.884
 \end{aligned}$$

На основании вышеприведенных расчетов построим ковариационные и корреляционные матрицы:

$$\begin{aligned}
 \text{Cov\_matr\_Port1} &= \begin{pmatrix} 84.999 & 42.127 & 61.832 \\ 42.127 & 84.991 & 70.568 \\ 61.832 & 70.568 & 101.479 \end{pmatrix} \\
 \rho_{\text{matr\_Port1}} &= \begin{pmatrix} 1 & 0.496 & 0.666 \\ 0.496 & 1 & 0.76 \\ 0.666 & 0.76 & 1 \end{pmatrix} \\
 \text{Cov\_matr\_Port2} &= \begin{pmatrix} 84.991 & 70.568 & 97.809 \\ 70.568 & 101.479 & 82.146 \\ 97.809 & 82.146 & 150.967 \end{pmatrix} \\
 \rho_{\text{matr\_Port2}} &= \begin{pmatrix} 1 & 0.76 & 0.863 \\ 0.76 & 1 & 0.884 \\ 0.863 & 0.884 & 1 \end{pmatrix}
 \end{aligned}$$

На основании полученных из расчетов данных вычислим ожидаемые доходности двух портфелей:

$$\begin{aligned}
 \text{YM\_P1} &:= \begin{pmatrix} \text{SBER\_ExpYM} \\ \text{LKOH\_ExpYM} \\ \text{GMKN\_ExpYM} \end{pmatrix} & \text{YM\_P2} &:= \begin{pmatrix} \text{LKOH\_ExpYM} \\ \text{GMKN\_ExpYM} \\ \text{GAZP\_ExpYM} \end{pmatrix} \\
 \text{YMEExpPort1} &:= \sum_{i=0}^2 \text{YM\_P1}_i \cdot \text{Port1\_SH}_i & \text{YMEExpPort1} &= 5.545 \\
 \text{YMEExpPort2} &:= \sum_{i=0}^2 \text{YM\_P2}_i \cdot \text{Port2\_SH}_i & \text{YMEExpPort2} &= 5.319
 \end{aligned}$$

Для того чтобы оценить совокупный риск обоих портфелей, необходимо определить стандартное отклонение реальной доходности от математического ожидания доходности для этих портфелей:

$$\sigma_{\text{port1}} := \sqrt{\sum_{i=0}^2 \sum_{j=0}^2 \text{Port1\_SH}_i \cdot \text{Port1\_SH}_j \cdot \text{Cov\_matr\_Port1}_{i,j}} \quad \sigma_{\text{port1}} = 8.248$$

$$\sigma_{\text{port2}} := \sqrt{\sum_{i=0}^2 \sum_{j=0}^2 \text{Port2\_SH}_i \cdot \text{Port2\_SH}_j \cdot \text{Cov\_matr\_Port2}_{i,j}} \quad \sigma_{\text{port2}} = 9.602$$

В результате расчетов получаем два параметра, характеризующие соотношение риск/доходность для обоих портфелей. Отбор портфелей осуществляется путем их сравнения. Доходность первого портфеля составляет 5,55% в месяц при риске 8,29%. Доходность второго портфеля составляет 5,31% при риске 9,60%. В результате сравнения первый портфель оказывается более привлекательным, так как является более прибыльным при меньшем уровне риска.

Однако стоит отметить, что приведенный расчет является упрощенным, так как для лучшего понимания анализируется всего два портфеля, в каждом из которых количество ценных бумаг достаточно мало. Кроме того, доля ценных бумаг в портфелях задана изначально и не оптимизируется с целью максимизации доходности или минимизации риска.

Таким образом, подход Г. Марковица к проблеме выбора портфеля предполагает, что инвестор старается решить две проблемы: максимизировать ожидаемую доходность при заданном уровне риска либо минимизировать риск при заданном уровне доходности. Данный подход может успешно использоваться для активных стратегий управления портфелем.

Метод Марковица не предусматривает выбора наиболее оптимального момента вхождения, что может привести к худшим результатам инвестирования. В этом его недостаток. В целом же, по нашему мнению, метод работоспособен и может применяться в условиях высоких политических и экономических рисков России.

Однако, на наш взгляд, необходимо усовершенствовать методики формирования портфеля ценных бумаг, основанные на данном методе, путем внедрения инструментов технического анализа. Это позволит заблаговременно обнаружить формирование новых трендов или моментов разворота рынка, а следовательно, обоснованно выбирать момент покупки и продажи ценных бумаг. Подобное усовершенствование позволит более эффективно использовать капитал, значительно увеличив доходность и снизив риск.

*Пассивные стратегии управления* представляют собой создание хорошо диверсифицированных портфелей ценных бумаг с заранее определенным уровнем риска, рассчитанным на длительную перспективу. На наш взгляд, к российскому фондовому рынку более применима стратегия пассивного управления портфелем ценных бумаг под названием Индексный фонд. Индексный фонд – это портфель, отражающий движение выбранного биржевого индекса, характеризующего состояние всего рынка ценных бумаг [2]. Если инвестор желает, чтобы портфель отражал состояние рынка, он должен иметь в портфеле такую долю ценных бумаг, какую эти бумаги составляют при подсчете индекса. Данный подход к управлению портфелем позволяет управляющему сократить затраты на анализ, так как в данном случае требуется только анализ общей тенденции рынка, а не каждого

эмитента по отдельности. В этом заинтересованы российские управляющие, стремящиеся к экономии средств.

Анализ фондового рынка, в большинстве случаев, сводится к исследованию исторических данных с целью выявления повторяющихся событий, которые с определенной вероятностью могут указать дальнейшее направление движения рынков. При подобном анализе ценных бумаг предметом исследования являются цены на финансовые инструменты. На наш взгляд, цена представляет собой отражение настроений инвесторов, реагирующих на многие возмущающие воздействия (в том числе политические риски, общее положение дел в стране и в мире). Таким образом, в цены заложена вся информация, которую так трудно отразить в математических моделях. Попытаемся проиллюстрировать это на основе анализа индекса РТС (основного ориентира отечественного фондового рынка), который рассчитывается на основе данных по наиболее ликвидным и надежным акциям (рис. 3). Будем оценивать вероятность получения заданной доходности на выбранном интервале инвестирования. Данная задача является весьма актуальной в условиях, когда инвестор находится перед выбором распределения средств между несколькими направлениями (облигациями, акциями и т.д.) при некоторых ограничениях на риски (вероятность потерь). Кроме того, это исследование играет важную роль именно в пассивном методе управления портфелем ценных бумаг – индексном методе, при котором портфель формируется из тех ценных бумаг и в тех пропорциях, которые участвуют в расчете того или иного индекса.



Рис. 3. График индекса РТС с 1.01.2000 г. по 16.12.2005 г.

Одним из методов в данном классе задач является MW-метод (MW – Moving Window), который заключается в использовании статистического анализа ценовых рядов с целью оценки достижения требуемой доходности в расчете на некоторый заранее заданный период.

Обозначим длину временного ряда через **N**, сам ряд через **R**, а его элементы через **R(1), ..., R(N)**. В нашем случае в качестве значений ряда будем использовать значения индекса РТС за период с 2000 по 2004 г. Длину периода обозначим через **T**.

По всей истории временного ряда двигается некоторое окно шириной **T** (рис. 4), и на каждом шаге собирается статистика доходности. Эlemen-

ты окна обозначим через  $W_k(1), \dots, W_k(T)$ , где  $k$  – положение начала окна в ряде  $R$ .

Таким образом,  $W_k(1) = R(k), \dots, W_k(T) = R(k + T - 1)$ . Очевидно, для ряда длины  $N$  существует  $(N - T + 1)$  различных окон длиной  $T$ .

Проходя слева направо временной ряд  $R$ , будем рассматривать все окна шириной  $T$ . Каждому окну соответствует некоторая доходность.

Следовательно, при анализе ряда  $R$ , рассматривая все окна шириной  $T$ , найдем доходность ( $D$ ), соответствующую каждой ширине окна:

$$D(k) = \frac{W_k(T) - W_k(1)}{W_k(1)} \cdot 100\%, \quad (1)$$

где  $1 \leq k \leq N - T + 1$ .

На основании полученных данных можно построить функцию распределения  $F(X)$ :

$$F(X) = \frac{\text{Количество } D(k) < X}{\text{Количество наблюдений}}, \quad (2)$$

где Количество наблюдений –  $(N - T + 1)$ .

Благодаря функции распределения можем оценить вероятность нахождения доходности от инвестирования в определенных пределах в зависимости от периода инвестирования.

В ходе исследования доходности инвестирования по индексу РТС сроком на 30 дней за 2000–2004 гг. получили, что вероятность получения отрицательной доходности  $F(X)$  равна 0,4. Вероятность получить неотрицательный доход составила 60%, что свидетельствует о достаточно большой вероятности получения прибыли, но при этом существует значительный риск. По мнению многих инвесторов, вложение в акции дает хорошие результаты при относительно долгосрочных стратегиях работы. Проверим это с помощью функции распределения (2). Проведя исследование с периодом в 60 торговых дней на том же временном промежутке, получили вероятность отрицательной доходности, равную 0,33. Таким образом, можно сделать вывод о том, что с увеличением периода инвестирования вероятность получения отрицательной доходности снижается.

Для более точного подтверждения гипотезы о зависимости доходности от периода проведем исследование поведения функции  $F(X)$  на периодах от 10 до 90 дней. При этом для анализа используем значения индекса РТС за период с 2000 по 2004 гг. На приведенном графике (рис. 5) можно увидеть поведение данной функции: по мере роста периода инвестирования вероятность получения отрицательной доходности понижается.

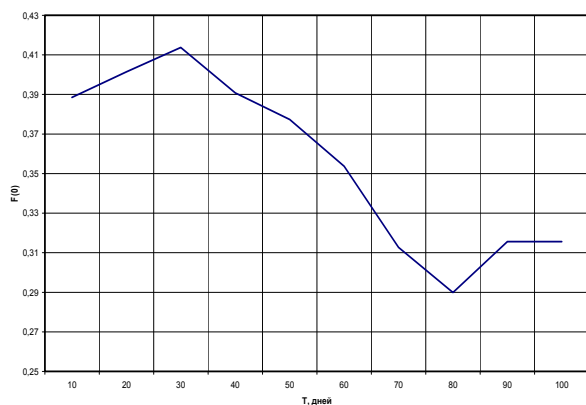


Рис. 5. График вероятности получения отрицательной доходности в зависимости от периода инвестирования

Анализируя график, можно начертить линию нисходящего тренда, что свидетельствует о верности вышеуказанной гипотезы. Однако вследствие большой подверженности отечественного фондового рынка политическим рискам (налоговые претензии к крупным частным предприятиям) графику вероятности получения убытка от инвестирования свойственна определенная волатильность (разброс).

В приведенных выше выкладках MW-метода анализируются всевозможные случаи инвестирования с заданным периодом  $T$  на ряде данных  $R$ .

В целом получается, что риски инвестирования в российские акции достаточно велики. Насколько оправдана высокая норма риска, и какова премия за риск? Для ответа на эти вопросы используем гистограмму, оценивая плотность распределения доходности на некотором периоде  $T$ . По внешнему виду гистограммы можно судить, по какому закону распределена та или иная случайная величина. В качестве примера исследуем соотношение риск/доходность по индексу РТС на промежутке 2000–2004 гг. На рис. 6 приведена гистограмма MW-метода с периодом инвестирования в 60 торговых дней. На оси  $X$  отложены доходности с шагом в 6% (определены с использованием формулы Стэрджесса для определения оптимального числа групп), на оси  $Y$  – частота, %, попадания доходности в данный интервал. Получилось, что на периоде в 60 дней максимальное значение доходности составило +49,37%, минимальное – -38,43%. Отложим на шкале  $X$  доходности от -30% до +50%. По шкале  $Y$  отложим частоту, с которой доходность за 60-дневный период попадала в данный интервал.

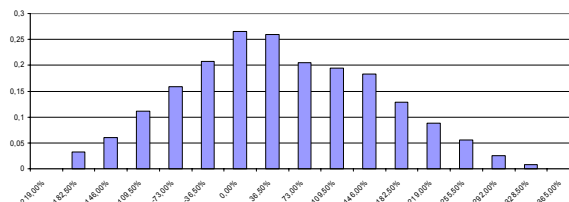


Рис. 6. Гистограмма распределения доходностей

Как видно из графика, наибольшую вероятность при инвестировании на 60 дней имеет доходность в промежутке от 0% до 36,5% годовых. Внешне гистограмма очень напоминает плотность нормального распределения.

Аналогичные расчеты можно производить для других периодов инвестирования, что позволит выбрать наиболее оптимальный вариант.

На наш взгляд, математические модели в пассивных стратегиях также необходимо использовать совместно с инструментами технического анализа. Из проведенных нами расчетов видно, что формирование портфеля ценных бумаг может происходить как в моменты роста рынка, так и при его значительном падении. Однако если дополнить эти модели индикаторами, позволяющими определить, с высокой степенью вероятности, дальнейшее направление движения рынка, инвестор получит возможность значительно увеличить ожидаемую доходность и снизить риск.

Таким образом, можно сделать вывод, что как у активных, так и у пассивных стратегий есть

свои достоинства и недостатки. Так, активные стратегии требуют большого внимания к фондовому рынку, следовательно, они более трудоемки, но в то же время они более чувствительны, что позволяет быстрее реагировать на изменения рыночной конъюнктуры. Пассивные стратегии менее трудоемки, так как проблема отбора ценных бумаг в портфель не стоит так остро. Это позволяет аналитику сосредоточить внимание на анализе срока инвестирования. Однако пассивные стратегии могут приводить к меньшему доходу, так как вслепую следуют за движением индекса. Применение математических моделей при анализе рынка значительно облегчает решение проблемы выбора ценных бумаг для инвестирования и помогает выбрать наиболее прибыльный период вложения временно свободных средств.

Полученный вывод имеет определенную практическую значимость – он позволяет заключить, что необходимо выработать комплексный подход к формированию портфеля ценных бумаг, где будут использованы математические модели, позволяющие выбрать опти-

мальный портфель либо оптимальный срок инвестирования, а также инструменты технического или фундаментального анализа, которые позволят избежать убытков, путем определения наиболее удачного момента вхождения в рынок.

#### Список литературы

1. **Винс Р.** Математика управления капиталом. Методы анализа риска для трейдеров и портфельных менеджеров: Пер. с англ. – М.: Альпина Паблишер, 2001. – 400 с.
2. **Рынок ценных бумаг.** Учебник для вузов / Под ред. В.А. Галанова, А.И. Басова; Рос. экон. акад. им. Г.В. Плеханова. 2-е изд., перераб. и доп. – М.: Финансы и статистика, 2004. – 448 с.
3. **Шарп У., Александер Г., Бэйли Дж.** Инвестиции: Пер. с англ. – М.: Инфра-М, 2004. – XII, 1028 с.
4. **Markowitz H.** PORTFOLIO SELECTION // The journal of finance. – March 1952. – Vol. VII. – № 1.